

PACS: 84.60.Rb

ISSN 1729-4428

Р.Г. Черкез<sup>1</sup>, А.С. Жукова<sup>2</sup>, Я.А.Ізбак<sup>3</sup>, М.Г. Черкез<sup>3</sup>, А.С. Стефюк<sup>3</sup>

## **Теоретичні дослідження проникного сегментного генераторного термоелемента на основі Bi-Te, Pb-Te, Si-Ge**

<sup>1</sup> Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна, [radionch@ukr.net](mailto:radionch@ukr.net)  
<sup>2</sup> Фаховий коледж Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна

Наведено результати комп'ютерного дослідження проникного сегментованого термоелемента генератора в умовах оптимальної ефективності роботи. Описано метод розв'язання багатопараметричної оптимізаційної задачі. Визначено швидкість потоку теплоносія, густину електричного струму, параметри концентрації носіїв струму в кожному сегменті, при якому процес перетворення енергії є максимально термодинамічно ефективним. Наведено результати досліджень проникного сегментованого генераторного термоелемента на основі матеріалів Bi-Te, Pb-Te, PbTeGe, Si-Ge. Порівняння зі звичайними термоелементами показало можливість збільшення ККД на 30-40% і виробленої потужності на 20-30%.

**Ключові слова:** генераторний термоелемент, сегментовані елементи, оптимізація, ефективність, електрична потужність.

Подано до редакції 03.03.2022; прийнято до друку 10.10.2022 р.

### **Вступ**

Перспективним напрямком підвищення ефективності термоелектричного елемента є використання у вітках двох і більше матеріалів – сегментів, термоелектричні властивості яких вибираються з умови максимального параметра добротності [1]. Розроблені чисельні методи розрахунку таких термоелементів [2] вони були використані для конструювання запатентованих у [3, 4] сегментних термоелементів з використанням матеріалів на основі  $Bi_2Te_3$  та скуттерудитів. Теоретично було показано [5], що слід очікувати значення ККД рівним 15 % при різниці температур близько 670 К.

Ще одним перспективним напрямком підвищення ефективності перетворення енергії є використання віток, проникних для потоків теплоносія (рідини або газу) [6]. Завдяки наявності теплообміну між теплоносієм і «холодними» частинами ніжок це дозволяє віддавати більше теплової енергії матеріалу і перетворювати її в електричну. Комп'ютерні розрахунки таких проникних моделей термоелементів

[7, 8] підтвердили можливість підвищення ефективності перетворення енергії на 30%.

Перші результати теоретичних досліджень проникних генераторних термоелементів з використанням сегментованих віток наведені для матеріалів на основі  $Bi_2Te_3$  [9]. Описано методику розрахунку та оптимізації роботи термоелемента в режимі максимальної ефективності при швидкості прокачування теплоносія та густині електричного струму. Досліджено вплив структурних факторів (висоти вітки, діаметр і кількість каналів) на ККД та електроенергію. Результати показали можливість подальшого підвищення ефективності. Однак проблема пошуку оптимальних сегментованих віток з різних матеріалів не була вирішена.

Метою роботи є визначення енергетичних характеристик проникного термоелемента композитних віток з різних матеріалів в умовах комплексної оптимізації за теплофізичними та конструктивними параметрами (електричний струм, швидкість прокачування теплоносія, кількість і діаметр каналів, висота вітки).

## I. Фізична модель та її математичний опис

Фізична модель проникного сегментного термоелемента в режимі генерації електроенергії наведена на рис. 1. Термоелемент складається з  $n$ - та  $p$ -типу, віток фізичні властивості яких залежать від температури. Підведення тепла здійснюється шляхом проходження теплоносія по вітці через канали (пори). Кожна вітка складається з сегментів  $N_n$  і  $N_p$  відповідно, контактний опір з'єднання  $r_0$ , бічні поверхні віток адіабатично ізолювані, задана температура теплоносія на вході в термоелемент  $T_m$ . Температура холодних спаїв  $T_c$  термостатується.

Система диференціальних рівнянь, що описує розподіл температур і теплових потоків в стаціонарному одновимірному випадку в нескінченно малій частині  $dx$  кожної  $k$ -ї ділянки віток  $n$ - і  $p$ -типу в безрозмірних координатах, має вигляд [9]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= -\frac{\alpha_k j}{\kappa_k} T - \frac{j}{\kappa_k} q, \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{\alpha_k^2 j}{\kappa_k} T + \frac{\alpha_k j}{\kappa_k} q + j \rho_k + \frac{\alpha_T P_K^1 N_K l_K^2}{(S-S_K)j} (t - T), \\ \frac{dt}{dx} &= \frac{\alpha_T P_K^1 N_K l_K}{G c_p} (t - T), \end{aligned} \right\} \begin{matrix} k=1, \dots, N_{n,p} \\ x_{k-1} \leq x \leq x_k \end{matrix} \quad (1)$$

де  $P_K^1$  – периметр каналу;  $N_K$  – кількість каналів;  $S_K$  – площа поперечного перерізу всіх каналів;  $S$  – переріз вітки разом з каналами;  $G$  – витрата теплоносія в каналах;  $c_p$  – питома теплоємність теплоносія;  $t$  – температура теплоносія в точці  $x$ ;  $T$  – температура вітки в точці  $x$ ;  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі;  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $\rho$  – коефіцієнт Зеєбека, теплопровідність і питомий електроопір матеріалу вітки, відповідно. Питомі теплові потоки  $q$  і приведена густина електричного струму визначаються співвідношеннями

$$q = \frac{Q}{I}, \quad j = \frac{I}{S}, \quad (2)$$

де  $Q$  – потужність теплового потоку, що проходить через вітку термоелемента,  $I$  – електричний струм,  $S_{n,p}$  – площа поперечного перерізу віток термоелемента  $n$ - та  $p$ -типу. Граничні умови, необхідні для розв'язування (1) з урахуванням виділення тепла Джоуля за рахунок контактної опору  $r_0$  на стику віток, запишемо у вигляді

$$T_{n,p}(0) = T_c, \quad t_{n,p}(1) = T_m, \quad q_{n,p}(1) = 0,$$

$$T_{n,p}(x_k^+) = T_{n,p}(x_k^-), \quad q_{n,p}(x_k^+) = q_{n,p}(x_k^-) + \frac{r_0}{S_{n,p}} I, \quad (3)$$

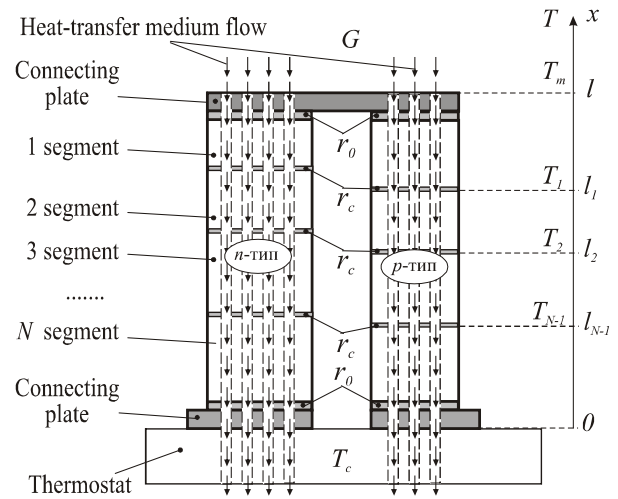


Рис. 1. Фізична модель проникного сегментованого термоелемента.

де індекси «-» і «+» відносяться до значень функцій безпосередньо ліворуч і праворуч від межі сегмента  $x_k$ ;  $k = 1, \dots, N$  – індекс, який визначає номер сегмента вітки.

У разі проектування оптимальних концентрацій носіїв струму в сегментах віток термоелемента слід призначити  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $\rho$  як функції температури та концентрації носіїв струму (або домішок)  $C_k$  для матеріалів:  $\alpha_k = \alpha_k(C_k, T)$ ,  $\rho_k = \rho_k(C_k, T)$ ,  $\kappa_k = \kappa_k(C_k, T)$ . Метою проектування проникного сегментованого генераторного термоелемента є визначення таких узгоджених параметрів (знижена густина струму  $j$  в вітках, витрати теплоносія в каналах  $G$ , концентрація домішок у кожному матеріалі сегмента  $C_k$ ), при яких ККД термоелемента досягає максимального значення. ККД буде визначатися через співвідношення потужності термоелемента до зміни ентальпії теплоносія:

$$\eta = \frac{W}{\sum_{n,p} G c_p (T_m - T_c)} \quad (4)$$

Максимум ККД зручно зменшити до досягнення функціонального мінімуму

$$J = \ln[\sum_{n,p} \{G c_p (T_m - T_c)\}] - \ln \left[ \sum_{n,p} \left\{ G c_p (T_m - t(0)) + q(0) \frac{j(S-S_k)}{l} - I \left( \frac{r_0}{S_n} + \frac{r_0}{S_p} \right) \right\} \right] \quad (5)$$

1) Зручно зменшити максимальну ефективність до функціонального мінімуму

$$-\left[ \frac{\partial J}{\partial j} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[ \psi_1^k \frac{\partial f_1^k}{\partial j_k} + \psi_2^k \frac{\partial f_2^k}{\partial j_k} + \psi_3^k \frac{\partial f_3^k}{\partial j_k} \right]_{n,p} dx = 0 \quad (6)$$

Теоретичні дослідження проникного сегментного генераторного термоелемента на основі Bi-Te, Pb-Te, Si-Ge

де  $(f_1^k, f_2^k, f_3^k)_{n,p}$  є правими частинами рівнянь  $\Psi = (\Psi_1^k, \Psi_2^k, \Psi_3^k)_{n,p}$  вектор-функція імпульсів [9, 10], яка знаходиться з розв'язання допоміжної системи диференціальних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{dx} &= \frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} R_1 \Psi_1 - \left( \frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} R_2 - \frac{\alpha_e l_k}{(S-S_K) j_k} \right) \Psi_2 + \frac{\alpha_T P_K^{1NK}}{G_{CP}} \Psi_3, \\ \frac{d\Psi_2}{dx} &= \frac{j_k}{\kappa_k} \Psi_1 - \frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} \Psi_2, \\ \frac{d\Psi_3}{dx} &= \frac{\alpha_T P_K^{1NK} l_k}{(S-S_K) j_k} \Psi_2 - \frac{\alpha_T P_K^{1NK}}{G_{CP}} \Psi_3 \end{aligned} \right\}_{n,p} \quad (7)$$

де

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1 + \frac{d \ln \alpha}{dT} T - \frac{d \ln \kappa}{dT} \left( T + \frac{q}{\alpha} \right), \\ R_2 &= R_1 + \frac{\kappa}{\alpha^2 \sigma} \frac{d \ln \sigma}{dT} + \frac{d \ln \kappa}{dT} \left( T + \frac{q}{\alpha} \right). \end{aligned} \right\}_{n,p}$$

з граничними умовами

$$\begin{aligned} \Psi_1^{n,p}(1) &= 0, \\ \Psi_1^{n,p}(0) &= \frac{\frac{j(S-S_K)}{l}}{\sum_{n,p} \left\{ G_{CP}(T_m - t(0)) + q(0) \frac{j(S-S_K)}{l} - i \left( \frac{r_0}{S_n} + \frac{r_0}{S_p} \right) \right\}}, \\ \Psi_3^{n,p}(0) &= \frac{G_{CP}}{\sum_{n,p} \left\{ G_{CP}(T_m - t(0)) + q(0) \frac{j(S-S_K)}{l} - i \left( \frac{r_0}{S_n} + \frac{r_0}{S_p} \right) \right\}} \end{aligned} \quad (8)$$

2) оптимальні значення витрати теплоносія в каналах G

$$- \left[ \frac{\partial J}{\partial G} \right]_{n,p} + \sum_{n,p} \int_0^1 \left[ \Psi_1^k \frac{\partial f_1^k}{\partial G} + \Psi_2^k \frac{\partial f_2^k}{\partial G} + \Psi_3^k \frac{\partial f_3^k}{\partial G} \right]_{n,p} dx = 0 \quad (9)$$

3) із співвідношень знаходять оптимальні значення концентрації домішок у кожному матеріалі сегмента  $C_k$

$$\int_0^1 \left[ \Psi_1^k \frac{\partial f_1^k}{\partial C_k} + \Psi_2^k \frac{\partial f_2^k}{\partial C_k} + \Psi_3^k \frac{\partial f_3^k}{\partial C_k} \right]_{n,p} dx = 0, k = 1 \dots, N_{n,p} \quad (10)$$

У разі проектування термоелементів для нерухомих матеріалів у сегментах умови оптимальності (10) ігноруються.

На основі отриманих співвідношень із застосуванням техніки послідовного наближення використано чисельний метод Рунге-Кутта для розв'язування системи диференціальних рівнянь (1) і (7) з граничними умовами (3) і (8), метод Ньютона для розв'язування системи інтегрально-диференціальних рівнянь (6), (9), (10), розроблено комп'ютерну програму проектування проникного сегментного термоелемента. Результати комп'ютерного дослідження термоелемента наведені нижче.

## II. Результати комп'ютерного дослідження енергетичних характеристик проникного сегментного генераторного термоелемента

Розглянемо результати комп'ютерного моделювання проникних сегментних термоелементів на основі матеріалів  $Bi_2Te_3$ ,  $PbTe$ ,  $SiGe$ ,  $FeSi_2$  для вітки n-типу та  $Bi_2Te_3$ ,  $PbTeGe$ ,  $PbTe$ ,  $SiGe$ ,  $FeSi_2$  для вітки p-типу. Дані про температурні залежності параметрів  $\alpha$ ,  $\kappa$ ,  $\sigma$ , цих матеріалів, запозичені з літературних

джерел, апроксимували методом найменших квадратів з відносною похибкою не більше 0,5 % і використовували для розрахунку в комп'ютерній програмі. Температурні залежності параметра добротності цих матеріалів наведено на рис. 2.

Порівнюючи значення добротності Z розглянутих матеріалів, можна виділити раціональні області температури (позначені на рис. 2), де застосування матеріалів може дати максимальний ефект. Так, для віток n-типу максимальну добротність в інтервалі температур 300-400 К пропонує матеріал  $Bi_2Te_3$ , в інтервалі температур 400-800 К –  $PbTe$ , в інтервалі температур 800-900 К –  $PbTe$ , в інтервалі температур 900-1050 К –  $SiGe$ , в інтервалі температур 1050-1273 К –  $FeSi_2$ . Примітно, що добротність таких матеріалів як  $PbTe$ ,  $SiGe$  практично вдвічі менша за  $Bi_2Te_3$ . Тому відповідь на запитання, чи зможе збільшення різниці температур на сегментованому термоелементі компенсувати зниження загальної добротності високотемпературних матеріалів, може дати лише комп'ютерний експеримент. Комп'ютерне моделювання проникних сегментованих термоелементів також дозволить визначити внесок об'ємних ефектів Зеебека і Пельтьє, що виникають у точках з'єднання сегментів, в ефективність перетворення енергії.

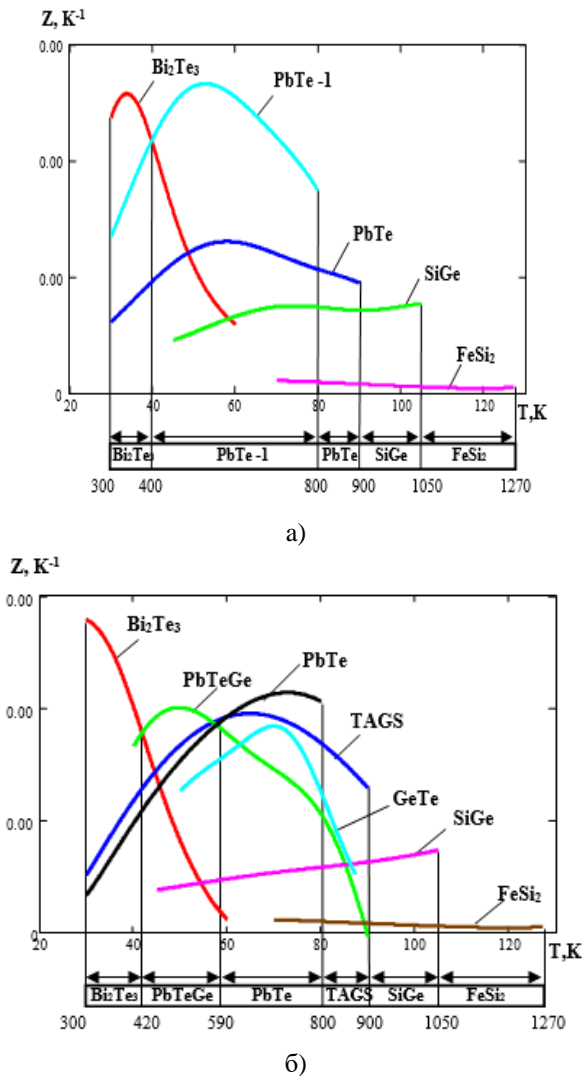


Рис. 2. Температурні залежності добротності  $Z$  термоелектричних матеріалів.

Проведено комп'ютерне моделювання температурних полів у матеріалі ніжки термоелемента та теплоносія за оптимальних значень швидкості потоку теплоносія та густини електричного струму. На рис. 3 наведено приклад таких розрахунків для випадку п'ятиsegmentного проникного термоелемента з вітками на основі матеріалів, зображених на рис. 2, загальною висотою вітки 2 см, каналами діаметром 0,1 см, розташованими з щільністю двадцять п'ять штук на  $1 \text{ cm}^2$  і температурою холодного спаю 300 К. Видно, що використання п'ятиsegmentних віток не є доцільним, оскільки четвертий і п'ятий сегменти вносять невеликий (близько 40 К) внесок у загальну різницю температур на термоелементі 450 К. З технологічної складності створення п'ятиsegmentних віток впливає, що раціональною кількістю сегментів у цьому випадку є три. Подібні результати були також отримані для вітки р-типу.

Залежність максимального ККД  $\eta$  та відповідної питомої електричної потужності  $W$  проникного термоелемента при оптимальних значеннях  $j$ ,  $G$  від сумарної висоти сегментів віток  $l_k$  наведено на рис. 4. Графіки наведені для різної кількості сегментів віток  $N$  (одна шт., дві шт., три шт. і п'ять шт.) при температурі газу на вході 800 К. Видно, що зі

збільшенням висоти сегментів віток ККД зростає і досягає насичення, близького до значення 6,2%, а відповідна питома потужність має виражений екстремальний в області низьких значень  $l$  (0,3 см).

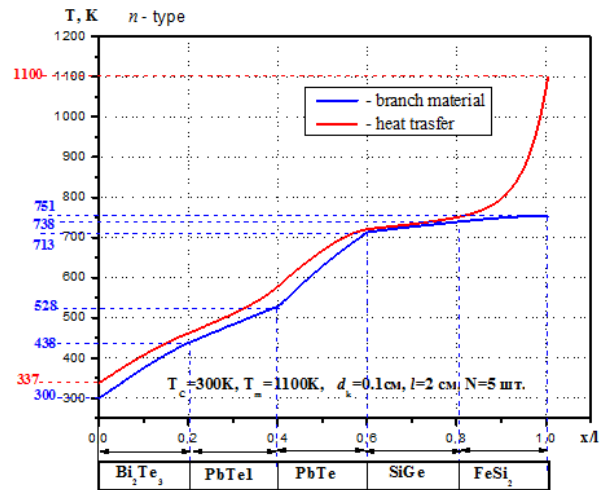


Рис. 3. Розподіл температури в сегментованій вітці термоелемента n-типу.

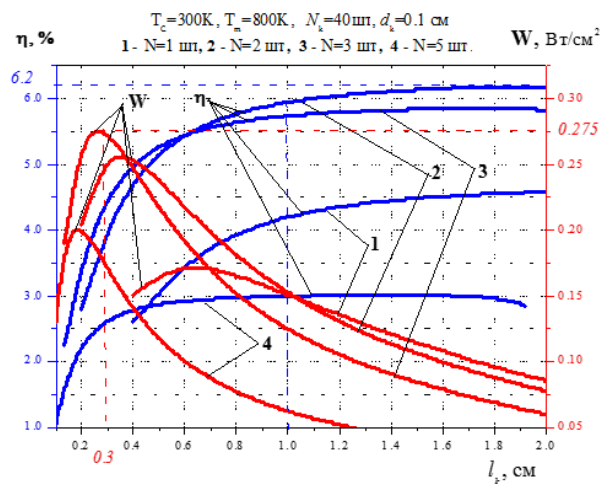


Рис. 4. Енергетичні характеристики проникної сегментованої.

Зі збільшенням кількості сегментів віток відбувається зниження максимальних значень ефективності. Таким чином, раціональною кількістю сегментів віток є дві-три, оскільки подальше збільшення сегментів призводить до збільшення кількості контактних опорів у точка з'єднання сегментів віток, на яких виділяється паразитне тепло Джоуля-Ленца. Цей висновок справедливий і для класичних сегментних термоелементів [11].

## Висновки

1. Описано фізичну модель, а також метод побудови проникного сегментованого термоелемента генератора, в якому теплоносій прокачується через вітки, що складаються із з'єднаних між собою сегментів різних напівпровідникових матеріалів.

2. Для матеріалів на основі  $Bi_2Te_3$ ,  $PbTe$ ,  $PbTeGe$ ,

*SiGe*, *FeSi<sub>2</sub>* розраховано вплив структурних параметрів за оптимальних умов експлуатації на енергетичні характеристики термоелемента. Виявлено раціональні значення таких параметрів, які дозволяють визначити необхідні матеріалознавчі вимоги для створення термоелемента.

3. У разі використання проникного сегментного термоелемента на основі *Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>*, *PbTe*, *PbTeGe*, *SiGe*, *FeSi<sub>2</sub>*, що працює при початковій температурі

**Черкез Р.Г.** – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри термоелектрики та медичної фізики Чернівецького національного університету;  
**Жукова А.С.** – студент коледжу інформатики Чернівецького національного університету;

теплоносія 800 К і термостатуванні холодних спаїв при 300 К, раціональна кількість сегментів віток становить дві–три. Порівняння термодинамічної ефективності перетворення електроенергії на звичайних термоелементах показало можливість збільшення ККД на 30–40 % і виробленої потужності на 20–30%.

**Ізвак Я.А.** – студент термоелектрики та медичної фізики Чернівецького національного університету;  
**Черкез М.Г.** – студент термоелектрики та медичної фізики Чернівецького національного університету;  
**Стефюк А.С.** – студент термоелектрики та медичної фізики Чернівецького національного університету.

- [1] B.W. Swanson, E.V. Somers, R.R. Heikes, J. of Heat Transfer, 83, 77 (1961); <https://doi.org/10.1115/1.3680473>.
- [2] Thermoelectric unicouple used for power generation. Patent 6563039 B2 USA InCl H 01 L 35/28 / Caillat T., Fleurial J.-P., Borshchevsky A., Snyder J., Zoltan A., Zoltan, L. (USA); California Institute of Technology. N 09/765062; Filed 17.01.2001; Publ. 13.05.2003. – 8 p.
- [3] Thermoelectric unicouple used for power generation. Patent 6673996 B2 USA InCl H 01 L 35/34 / Caillat T., Zoltan A., Zoltan, L., Snyder J. (USA); California Institute of Technology. N 10/138040; Filed 01.05.2002; Publ. 06.01.2004. – 7 p.
- [4] T. Calliat, J.-P. Fleurial, G.J. Snyder, A. Zoltan, D. Zoltan, A. Borshchevsky, Proc. of the XVIIIth International Conf. on Thermoelectrics (USA, 1999), p. 473.
- [5] Mohamed S. El-Genk and Hamed H.Saber, Energy Conversion and Management, 44(7), 1069 (2003); [https://doi.org/10.1016/S0196-8904\(02\)00109-7](https://doi.org/10.1016/S0196-8904(02)00109-7).
- [6] Method for improvement of thermoelectric generator efficiency. USSR Certificate of Authorship №162578 / I.V. Zorin, Filed 02.05.1968.
- [7] Анатичук Л.И., Черкез Р.Г. Проникний термоелемент в режимі генерації електричної енергії // Термоелектрика. – 2003. – №2. – С.35-46.
- [8] L.I. Anatychuk, O.J.Luste, V.Ya.Mikhailovsky, J.Thermoelectricity. Thermoelectric generators for avtomobiles , 4, 21 (2005).
- [9] Анатичук Л.И., Черкез Р.Г. Проникний сегментний термоелемент у режимі генерації електричної енергії // Термоелектрика. – 2010. – №3. - С.5-12.
- [10] L.S. Pontryagin, V.G. Boltyansky, R.V. Gamkrelidze, E.F. Mischenko, Mathematical Theory of Optimal Processes (Moscow: Nauka, 1976), p.392.
- [11] L.I. Anatychuk, L.N. Vikhor, Energy Conversion and Management, 50(9), 2366 (2009); <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2009.05.020>.

R.G. Cherkez<sup>1</sup>, A.S. Zhukova<sup>2</sup>, Y.A. Izvak<sup>3</sup>, M.G. Cherkez<sup>3</sup>, A.S. Stefuk<sup>3</sup>

## Theoretical investigation of permeable segmented generator thermoelement on the base of Bi-Te, Pb-Te, Si-Ge

<sup>1</sup>The Thermoelectricity and Medical Physics department of Chernivtsi National University, 58012, Chernivtsi, Ukraine,

<sup>2</sup>The Coledg department of Chernivtsi National University, 58012, Chernivtsi, Ukraine

Results of computer study on permeable segmented generator thermoelement under efficiency-optimal operating conditions are set forth. Method for solving a multi-parameter optimization problem is described. Heat carrier flow rate, electric current density, parameters of current carrier concentration in each leg segment whereby energy conversion process is maximum thermodynamically efficient are determined. The results of research on a permeable segmented generator thermoelement based on *Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>*, *PbTe*, *PbTeG*, *SiGe*, *FeSi<sub>2</sub>* materials are presented. Comparison to conventional thermoelements showed the possibility of efficiency increase by 30 – 40% and generated power by 20–30%.

**Keywords:** generator thermoelement, segmented legs, optimization, efficiency, electric power.