

І.А. Константинович^{1,2}, А.В. Константинович¹

Спектр випромінювання послідовності електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в середовищі

¹Чернівецький національний університет, вул. Коцюбинського 2, Чернівці, 58012, Україна,
e-mail: dj_kneo@ukr.net; aconst@ukr.net

²Інститут термоелектрики Національної академії наук і Міністерства освіти і науки України,
вул. Науки 1, Чернівці, 58029, Україна

Удосконаленим методом сили самодії Лоренца досліджено інтегральні вирази спектрально-кутового й спектрального розподілів потужності випромінювання послідовності електронів, що рухаються в магнітному полі в прозорому ізотропному середовищі. Особливу увагу приділено дослідженню тонкої структури спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання одного, двох, трьох та чотирьох точкових електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в середовищі. Розробленим методом прямого числового розрахунку функції спектрального розподілу потужності випромінювання встановлено й досліджено ефекти когерентного випромінювання гармонік та осциляції в спектрах синхротронно-черенковського випромінювання послідовності двох, трьох та чотирьох точкових електронів.

Ключові слова: синхротронно-черенковське випромінювання, послідовність електронів, тонка структура спектра, когерентні ефекти, осциляції в спектрі випромінювання.

Стаття постуила до редакції 12.10.2018; прийнята до друку 15.03.2019.

Вступ

Лармор [1-4] уперше встановив, що окрема точкова заряджена частинка, що рухається з прискоренням у вакуумі, завжди випромінює електромагнітні хвилі. Формула Лармора для потужності випромінювання точкових заряджених частинок [3, 4], що отримана для нерелятивістського випадку, була узагальнена Лієнаром [5] та Хевісайдом [6] на релятивістський випадок.

Шотт [7-9] у 1907 році уперше строго в рамках класичної електродинаміки дослідив спектр випромінювання електронів, що рухаються вздовж кола у вакуумі. Шотт здійснив спробу побудувати теорію спектрів атомів, використовуючи отримані в рамках класичної електродинаміки співвідношення. Його спроби пояснити випромінювання атома на основі класичної фізики не мали успіху. Роботи Шотта внаслідок цих причин протягом 40 років залишалися лише в області академічного інтересу й практично були забуті. Через 40 років формула Шотта знайшла застосування при дослідженні спектра випромінювання заряджених частинок, що рухаються в макроскопічних масштабах (синхротронне випромінювання). Основні властивості синхротронного випромінювання заряджених частинок, що рухаються в магнітному

полі у вакуумі, проаналізовані в огляді [10] та монографіях [11-14].

Той факт, що такий тривалий час формула Шотта [10] мала лише академічний інтерес, зумовлений також тим, що Шотт уперше лише в 1933 році [15] встановив умови, за яких розподіли заряджених частинок, що рухаються з прискоренням та здійснюють періодичний рух, не випромінюють електромагнітні хвилі. Інтерес до такого класу розподілів заряджених частинок та їх полів зумовлений також можливістю їх застосування до класичних, стабільних моделей елементарних частинок, атомів, та в інших випадках [16-20].

Спектр випромінювання послідовності невзаємодіючих заряджених частинок, що рухаються вздовж гвинтової лінії у вакуумі, досліджено в працях [21, 22]. Надпотужне короткохвильове когерентне синхротронне випромінювання послідовністю згустків заряджених частинок досліджено в працях [23-25].

Класичну теорію випромінювання заряджених частинок, що рухаються з надсвітловими швидкостями, було накреслено Хевісайдом [26], Кондре [27] та Зоммерфельдом [28-31]. Класичну теорію явища черенковського випромінювання заряду в диспергуючому середовищі вперше сформульовано Франком і Таммом [32] у 1937 році.

Випромінювання зарядів і мультиполів, що рухаються прямолінійно у середовищі, проаналізовано в монографіях [33-36].

Черенковські ефекти, що ґрунтуються на чотирьох фундаментальних взаємодіях, були досліджені й класифіковані у праці [37].

Сучасні результати з черенковського випромінювання поблизу черенковського бар'єру [36, 38-40] та з аномальних черенковських кілець [41, 42] стимулювали нові теоретичні дослідження у цій області [43-44].

Цитович [45] уперше розглянув випадок осциляцій у спектрі випромінювання релятивістської зарядженої частинки, що рухається вздовж кола, в постійному магнітному полі у середовищі за наявності дисперсії. Вище черенковського бар'єру в прозорих середовищах для електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії, встановлено виникнення осциляцій [46-50] та стрибкоподібних змін [51-53] функції спектрального розподілу потужності випромінювання.

Метою даної роботи є отримання удосконаленим методом сили самодії Лоренца основних формул для спектрально-кутового й спектрального розподілів середньої за часом потужності випромінювання послідовності (системи) електронів, що рухаються вздовж довільної заданої траєкторії в прозорому ізотропному середовищі. Для часткового випадку послідовності електронів, що рухаються по гвинтовій лінії в магнітному полі в прозорому ізотропному середовищі, розробленим числовим методом прямого числового розрахунку функції спектрального розподілу потужності випромінювання електронів досліджено тонку структуру спектра випромінювання цієї послідовності. Значну увагу приділено дослідженню осциляцій та когерентному випромінюванню поблизу черенковського бар'єру.

І. Середня за часом потужність випромінювання заряджених частинок, що рухаються в прозорому середовищі

Середню за часом потужність випромінювання \bar{P}^{rad} заряджених частинок, що рухаються в прозорому ізотропному середовищі, можна визначити згідно [46, 47, 54, 55]:

$$\bar{P}^{rad} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T P^{rad}(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \times \int_t \left\{ \int \left(\frac{\mathbf{r}(\mathbf{r}, t)}{j(\mathbf{r}, t)} \frac{1}{c} \frac{\mathbf{A}^{Dir}(\mathbf{r}, t)}{\mathcal{H}t} - \mathbf{r}(\mathbf{r}, t) \frac{\mathcal{H}\Phi^{Dir}(\mathbf{r}, t)}{\mathcal{H}t} \right) d\mathbf{r} \right\}, \quad (1)$$

Тут $\frac{\mathbf{r}(\mathbf{r}, t)}{j(\mathbf{r}, t)}$ – густина струму, $\mathbf{r}(\mathbf{r}, t)$ – густина заряду. Інтегрування ведеться за виділеним об'ємом t . Згідно Діраку [55, 56] потенціали Φ^{Dir} та \mathbf{A}^{Dir} визначаються через напіврізницю запізнюючих та випереджаючих потенціалів.

Запізнюючі та випереджаючі скалярний $\Phi^{ret, adv}(\mathbf{r}, t)$ та векторний $\mathbf{A}^{ret, adv}(\mathbf{r}, t)$ потенціали заряджених частинок, що рухаються в прозорому ізотропному середовищі, враховуючи частотну дисперсію діелектричної $\epsilon(\omega)$ та магнітної $\mu(\omega)$ проникностей, визначаються через [54, 55]

$$\Phi^{ret, adv}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4p^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\mathbf{r}(\mathbf{r}', t')}{\epsilon(\omega)} \times \frac{\exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - i\omega(t - t')\}}{k^2 - \frac{n^2(\omega)}{c^2}(\omega \pm ia)^2}, \quad (2)$$

$$\mathbf{A}^{ret, adv}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4p^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega m(\omega) \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t')}{c} \times \frac{\exp\{i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - i\omega(t - t')\}}{k^2 - \frac{n^2(\omega)}{c^2}(\omega \pm ia)^2}, \quad (3)$$

Тут a – нескінченно мала величина, яка перетворюється в нуль після розрахунку інтегралу, показник заломлення $n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)\mu(\omega)}$.

Миттєва потужність випромінювання $P^{rad}(t)$, яка виражена через спектрально-кутовий розподіл потужності випромінювання $W_1(t, \omega, \mathbf{q}, \mathbf{j})$ заряджених частинок, з урахуванням співвідношень (1), (2), (3) набуває вигляду:

$$P^{rad}(t) = \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{2p} dj \int_0^p dq W_1(t, \omega, \mathbf{q}, \mathbf{j}), \quad (4)$$

$$W_1(t, \omega, \mathbf{q}, \mathbf{j}) = \frac{1}{4p^2 c^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{\infty} dt' \omega^2 m(\omega) n(\omega) \times \cos\left\{ \frac{n(\omega)}{c} \omega \sin q [\cos j (x - x') + \sin j (y - y')] \right\} \times \cos\left[\frac{n(\omega)}{c} \omega \cos q (z - z') \right] \cos \omega(t - t') \times \left[\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \mathbf{j}(\mathbf{r}', t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} \mathbf{r}(\mathbf{r}, t) \mathbf{r}(\mathbf{r}', t') \right], \quad (5)$$

Миттєву потужність випромінювання $P^{rad}(t)$, яка виражена через спектрально-кутовий розподіл потужності випромінювання $W_2(t, \omega, \mathbf{q})$, можна отримати з (4), (5), використовуючи співвідношення для функції Бесселя цілочислового індексу (див. стор. 416 в [57]):

$$\int_0^{2p} dj \cos\left[\frac{n(\omega)}{c} \omega (\sin q \cos j (x - x') + \sin q \sin j (y - y')) \right] = 2p J_0\left(\frac{n(\omega)}{c} \omega \sin q \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \right), \quad (6)$$

де $J_0(x)$ – функція Бесселя нульового індексу.

Тоді знаходимо:

$$P^{rad}(t) = \int_0^{\infty} d\omega \int_0^p dq \sin qdQW_2(t, \omega, q), \quad (7)$$

$$W_2(t, \omega, q) = \frac{1}{2pc^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{\infty} dt' \omega^2 m(\omega) n(\omega) \times \\ \times J_0\left(\frac{n(\omega)}{c} \omega \sin q \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}\right) \times \\ \times \cos\left[\frac{n(\omega)}{c} \omega \cos q (z-z')\right] \cos \omega(t-t') \times \\ \times \left[\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \mathbf{j}(\mathbf{r}', t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} r(\mathbf{r}, t) r(\mathbf{r}', t') \right], \quad (8)$$

Миттєву потужність випромінювання $P^{rad}(t)$, яка виражена через спектральний розподіл потужності випромінювання $W_3(t, \omega)$, можна отримати з (7), (8) за допомогою співвідношення для функцій Бесселя цілочислового індексу (див. стор. 757 в [57]):

$$\int_0^{\frac{p}{2}} \sin qdQ J_0(a \sin q) \cos(b \cos q) = \frac{\sin \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad (9)$$

$$P^{rad}(t) = \int_0^{\infty} d\omega W_3(t, \omega), \quad (10)$$

$$W_3(t, \omega) = \frac{1}{pc^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' \int_{-\infty}^{\infty} dt' \omega m(\omega) \frac{\sin\left[\frac{n(\omega)\omega}{c} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|\right]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \times \\ \times \cos \omega(t-t') \left\{ \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \mathbf{j}(\mathbf{r}', t') - \frac{c^2}{n^2(\omega)} r(\mathbf{r}, t) r(\mathbf{r}', t') \right\}. \quad (11)$$

Співвідношення (11) для спектрального розподілу потужності випромінювання $W_3(t, \omega)$, отримано й досліджено Швінгером та іншими [58] методом теорії джерел.

II. Спектральний та спектрально-кутовий розподіли середньої потужності випромінювання послідовності електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі

Густина струму $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ та густина заряду $r(\mathbf{r}, t)$ N незалежних точкових електронів визначаються співвідношеннями:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \sum_{l=1}^N \mathbf{V}_l(t) r_l(\mathbf{r}, t), \quad r(\mathbf{r}, t) = \sum_{l=1}^N r_l(\mathbf{r}, t), \\ r_l(\mathbf{r}, t) = ed(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l(t)), \quad (12)$$

де $\mathbf{r}_l(t)$, $\mathbf{V}_l(t)$ – закон руху та швидкість l -ї частинки.

Дослідимо випадок послідовності (системи) N електронів, що рухаються один за одним вздовж гвинтової лінії у прозорому середовищі. Закон руху та швидкість l -го електрона в цьому випадку визначаються співвідношеннями:

$$\mathbf{r}_l(t) = r_0 \cos[\omega_0(t + \Delta t_l)] \mathbf{i} + r_0 \sin[\omega_0(t + \Delta t_l)] \mathbf{j} + V_{\parallel}(t + \Delta t_l) \mathbf{k}, \\ \mathbf{V}_l(t) = \frac{d\mathbf{r}_l(t)}{dt}, \quad (13)$$

Тут $r_0 = V_{\perp} \omega_0^{-1}$, $\omega_0 = ceB^{ext} \tilde{E}^{-1}$, $\tilde{E} = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$, вектор магнітної індукції $\mathbf{B}^{ext} \parallel OZ$, V_{\perp} , V_{\parallel} – компоненти швидкості, \mathbf{p} , \tilde{E} – імпульс та енергія електрона, e і m_0 – його заряд і маса спокою, c – швидкість світла у вакуумі.

Середню потужність випромінювання послідовності N електронів ми отримаємо, підставляючи (12), (13) в (10), (11). Тоді знайдемо [54, 55]:

$$\bar{P}^{rad} = \int_0^{\infty} W(\omega) d\omega, \quad (14)$$

$$W(\omega) = \frac{2e^2}{pc^2} \int_0^{\infty} dx \omega m(\omega) S_N(\omega) \frac{\sin\{n(\omega)\omega c^{-1}h(x)\}}{h(x)} \cos(\omega x) \times \\ \times \left[V_{\perp}^2 \cos(\omega_0 x) + V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2|\omega|} \right], \quad (15)$$

де $h(x) = \sqrt{V_{\parallel}^2 x^2 + 4 \frac{V_{\perp}^2}{\omega_0^2} \sin^2\left(\frac{\omega_0}{2} x\right)}$, $W(\omega)$ – функція

спектрального розподілу середньої потужності випромінювання, $m(\omega)$ – магнітна проникність, $n(\omega)$ – показник заломлення, ω – циклічна частота, c – швидкість світла у вакуумі. Фактор когерентності $S_N(\omega)$ визначається співвідношенням

$$S_N(\omega) = \sum_{l, j=1}^N \cos\{\omega(\Delta t_l - \Delta t_j)\}, \quad (16)$$

де Δt_l – зсув у часі l -го електрона.

Для двох електронів фактор когерентності $S_2(\omega)$ набуває вигляду:

$$S_2(\omega) = 2 + 2 \cos(\omega \Delta t_{12}), \quad (17)$$

де Δt_{12} – зсув у часі між першим і другим електронами.

Для трьох електронів фактор когерентності $S_3(\omega)$ має вигляд

$$S_3(\omega) = 3 + 2 \cos(\omega \Delta t_{12}) + 2 \cos(\omega \Delta t_{23}) + \\ + 2 \cos\{\omega(\Delta t_{12} + \Delta t_{23})\}, \quad (18)$$

де Δt_{23} – зсув у часі між другим і третім електронами.

Для чотирьох електронів фактор когерентності $S_4(\omega)$ набуває вигляду:

$$S_4(\omega) = 4 + 2 \cos(\omega \Delta t_{12}) + 2 \cos(\omega \Delta t_{23}) +$$

$$+ 2 \cos(w\Delta t_{34}) + 2 \cos\{w(\Delta t_{12} + \Delta t_{23})\} + 2 \cos\{w(\Delta t_{23} + \Delta t_{34})\} + 2 \cos\{w(\Delta t_{12} + \Delta t_{23} + \Delta t_{34})\}, \quad (19)$$

Тут Δt_{34} – зсув у часі між третім і четвертим електронами.

Після деяких нескладних перетворень (14) та (15) внесок окремих гармонік у середню потужність випромінювання послідовності N електронів можна подати у вигляді:

$$\bar{P}^{rad} = \frac{e^2}{c^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dw m(w) n(w) w^2 S_3(w) \int_0^p \sin q dq \times \\ \times d \left\{ w \left(1 - \frac{n(w)}{c} V_{\parallel} \cos q \right) - m w_0 \right\} \times \\ \times \left\{ V_{\perp}^2 \left[\frac{m^2}{q^2} J_m^2(q) + J_m'^2(q) \right] + \left(V_{\parallel}^2 - \frac{c^2}{n^2(w)} \right) J_m^2(q) \right\}, \quad (20)$$

де $q = \frac{n(w)}{c} w V_{\perp} \sin q$, $J_m(q)$, $J_m'(q)$ – функції Бесселя цілочислового індексу та їхні похідні, відповідно.

Кожна гармоніка являє собою набір частот, що є розв'язками рівняння

$$w \left(1 - \frac{n(w)}{c} V_{\parallel} \cos q \right) - m w_0 = 0, \quad (21)$$

У випадку системи, що складається з одного електрона, $S_1(w) = 1$.

III. Осциляції в спектрі синхротронно-черенковського випромінювання послідовності електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в середовищі

Функції $W(\omega)$ спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання послідовності електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у прозорому середовищі, розраховані згідно (14)-(15) при $B^{ext} = 1 \text{ Гс}$, $m = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} > c/n$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$, $r_{0j} = 2984 \text{ см}$, $w_{0j} = 0,8112 \times 10^8 \text{ рад/с}$ ($j=1, 2, \dots, 12$) (рис. 1-9).

Спектральний розподіл потужності електромагнітного (синхротронно-черенковського) випромінювання електрона на низьких гармоніках при $V_{\perp med} > c/n$, $n = 1,3$, $V_{\parallel med} = 0,15 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ (рис. 1-9) має характер дискретних смуг. При подальшому зростанні номера гармонік функція спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання електрона набуває періодичного характеру, що зумовлене перекриванням смуг сусідніх гармонік та внеском інших гармонік (рис. 1-

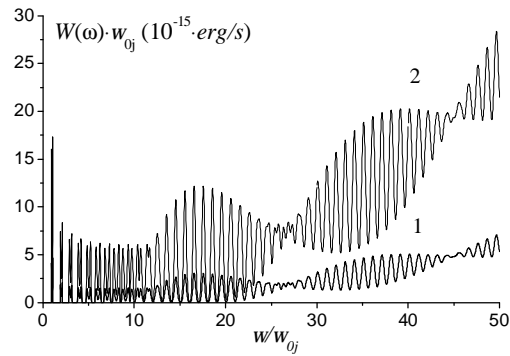


Рис. 1. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких гармоніках при $B^{ext} = 1 \text{ Гс}$, $\mu = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 1 розрахована для випадку одного електрона з $P_{med1}^{int} = 0,11201 \times 10^{-12} \text{ ерг/с}$, а крива 2 – двох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^2 = 0,0001 \times p / w_{02}$ з потужністю $P_{med2}^{int} = 3,994 \times P_{med1}^{int} = 0,44738 \times 10^{-12} \text{ ерг/с}$.

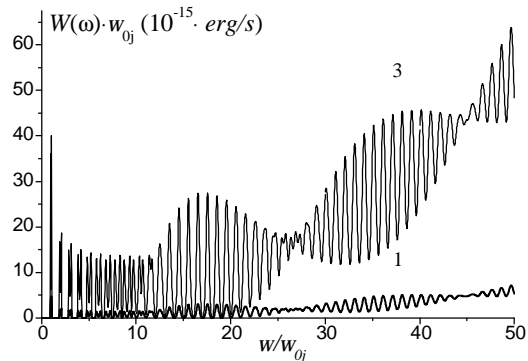


Рис. 2. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких гармоніках при $B^{ext} = 1 \text{ Гс}$, $\mu = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 2 розрахована для випадку трьох електронів при зсувах у часі $\Delta t_{12}^3 = \Delta t_{23}^3 = 0,0001 \times p / w_{03}$ з потужністю $P_{med3}^{int} = 8,987 \times P_{med1}^{int} = 0,10066 \times 10^{-11} \text{ ерг/с}$.

9). Згідно співвідношення (21), розширення дискретних гармонік у смуги зумовлене ефектом Доплера.

Потужність випромінювання на частотах, кратних $w_0 = w_{0j}$ ($j = 1-4$), зменшується практично до нуля на частотах $13w_{06} - 18w_{06}$ (рис. 1-3).

Коли системи електронів рухаються по гвинтовій

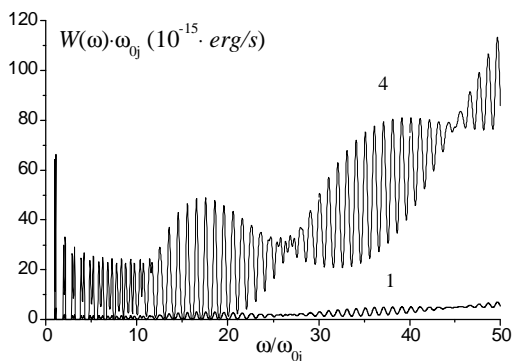


Рис. 3. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких гармоніках при $B^{ext} = 1 Гс$, $\mu = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 3 розрахована для випадку чотирьох електронів при зсувах у часі $\Delta t_{12}^4 = \Delta t_{23}^4 = \Delta t_{34}^4 = 0,0001 \times \pi / \omega_{04}$ з потужністю $P_{med4}^{int} = 15,97 \times P_{med1}^{int} = 0,17892 \times 10^{-11} \text{ ерг/с}$.

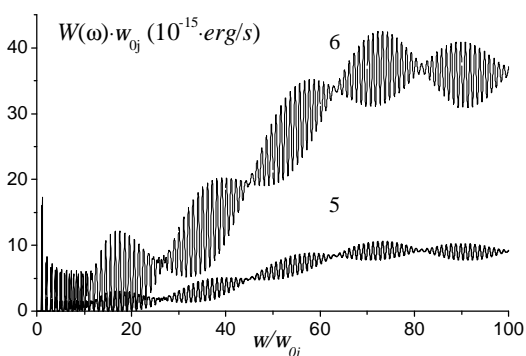


Рис. 4. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких та середніх гармоніках при $B^{ext} = 1 Гс$, $m = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 5 розрахована для випадку одного електрона з $P_{med5}^{int} = 0,54275 \times 10^{-12} \text{ ерг/с}$, а крива 6 – двох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^6 = 0,0001 \times p / w_{06}$ з потужністю $P_{med6}^{int} = 3,992 \times P_{med5}^{int} = 0,21668 \times 10^{-11} \text{ ерг/с}$.

лінії при $V_{\perp med} > c/n$, в спектрі його випромінювання спостерігаються осциляції функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання (рис. 4-9). На високих гармоніках при $V_{\perp med} = 0,26 \cdot 10^{11} \text{ см/с}$ перекривання сусідніх гармонік практично не приводить до квазіперіодичних змін функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання електрона, а спостерігаються тільки осциляції цієї функції (рис. 7-9). Отримані в роботі

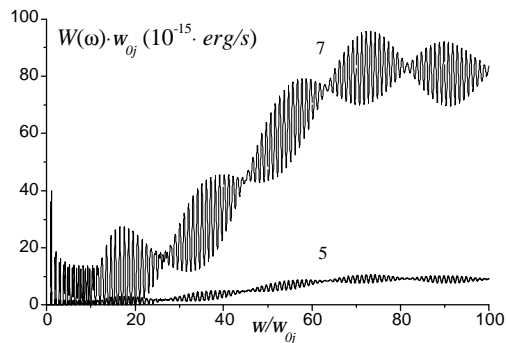


Рис. 5. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких та середніх гармоніках при $B^{ext} = 1 Гс$, $\mu = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 7 розрахована для випадку трьох електронів при зсувах у часі $\Delta t_{12}^7 = \Delta t_{23}^7 = 0,0001 \times \pi / \omega_{07}$ з потужністю $P_{med7}^{int} = 8,981 \times P_{med5}^{int} = 0,48744 \times 10^{-11} \text{ ерг/с}$.

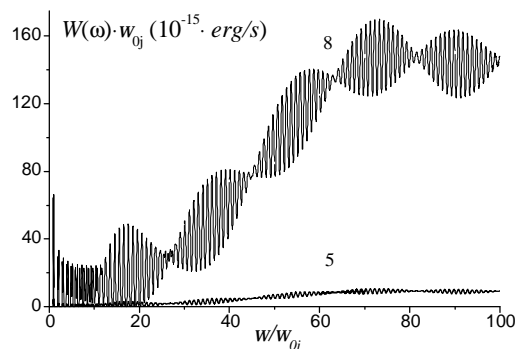


Рис. 6. Спектральний розподіл потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких та середніх гармоніках при $B^{ext} = 1 Гс$, $\mu = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 8 розрахована для випадку чотирьох електронів при зсувах у часі $\Delta t_{12}^8 = \Delta t_{23}^8 = \Delta t_{34}^8 = 0,0001 \times p / w_{08}$ з потужністю $P_{med8}^{int} = 15,961 \times P_{med5}^{int} = 0,86631 \times 10^{-11} \text{ ерг/с}$.

результати узгоджуються з результатами роботи [50].

Осцилюючий характер функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання одного, двох, трьох та чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в середовищі при $V_{\perp med} > c/n$, визначається внеском функцій Бесселя [59] (рис. 7-9). Числовий метод прямого інтегрування функції спектрального розподілу потужності випромінювання одного, двох, трьох та чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі, дозволив визначити тонку структуру спектра випромінювання цих електронів.

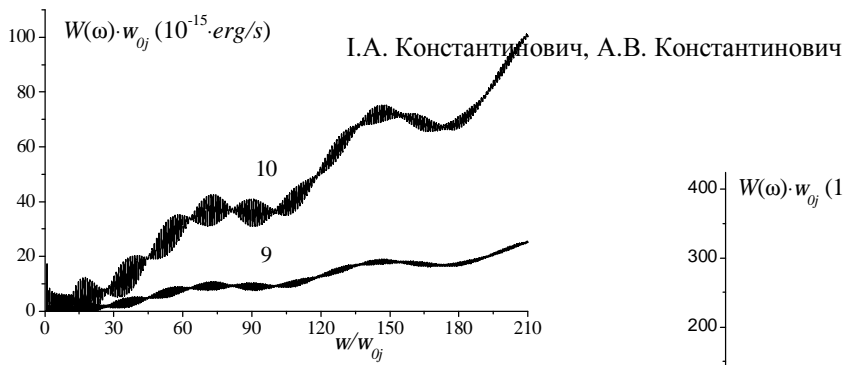


Рис. 7. Осциляції функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких, середніх та високих гармоніках при $B^{ext} = 1 \text{ Гс}$, $\mu = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 9 розрахована для випадку одного електрона з $P_{med9}^{int} = 0,23923 \times 10^{-11} \text{ ерг/с}$, а крива 10 – двох електронів при зсуві у часі $\Delta t_{12}^{10} = 0,0001 \times p / w_{10}$ з потужністю $P_{med10}^{int} = 3,991 \times P_{med9}^{int} = 0,95484 \times 10^{-11} \text{ ерг/с}$.

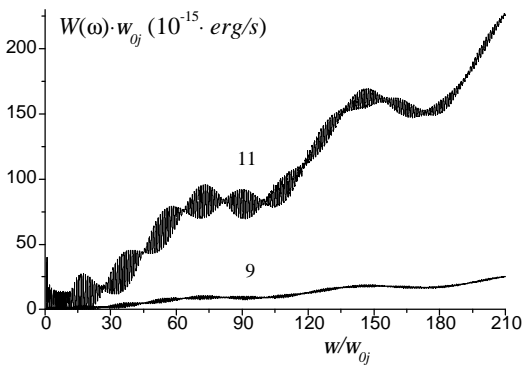


Рис. 8. Осциляції функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких, середніх та високих гармоніках при $B^{ext} = 1 \text{ Гс}$, $m = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 11 розрахована для випадку трьох електронів при зсувах у часі $\Delta t_{12}^{11} = \Delta t_{23}^{11} = 0,0001 \times p / w_{011}$ з потужністю $P_{med11}^{int} = 8,974 \times P_{med9}^{int} = 0,21468 \times 10^{-10} \text{ ерг/с}$.

Синхротронно-черенковське випромінювання одного, двох, трьох і чотирьох електронів являє собою єдиний процес і набуває більш немонотонного характеру при збільшенні величини поперечної складової швидкості електрона.

Висновки

1. Для малої поздовжньої компоненти швидкості, на низьких гармоніках, смуги випромінювання електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в середовищі, мають дискретний характер.

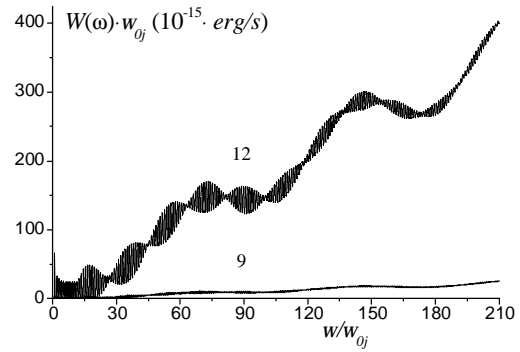


Рис. 9. Осциляції функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання на низьких, середніх та високих гармоніках при $B^{ext} = 1 \text{ Гс}$, $\mu = 1$, $n = 1,3$, $V_{\perp med} = 0,26 \times 10^{11} \text{ см/с}$, $V_{\parallel med} = 0,15 \times 10^{10} \text{ см/с}$. Крива 12 розрахована для чотирьох електронів при зсувах у часі $\Delta t_{12}^{12} = \Delta t_{23}^{12} = \Delta t_{34}^{12} = 0,0001 \times p / w_{012}$ з потужністю $P_{med12}^{int} = 15,934 \times P_{med9}^{int} = 0,38119 \times 10^{-10} \text{ ерг/с}$.

2. Вплив ефекту Доплера визначає межі смуг окремих гармонік у спектрах синхротронно-черенковського випромінювання одного, двох, трьох і чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії у середовищі.
3. При малому зсуві у часі, у випадку коли виконуються умови когерентного випромінювання, тобто коли довжина хвилі випромінювання більша за розміри послідовності N електронів, послідовність електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії, випромінює як заряджена частинка з зарядом Ne і масою спокою Nm_0 , тобто в N^2 разів більше, ніж один електрон.
4. Осцилюючий характер функції спектрального розподілу потужності синхротронно-черенковського випромінювання одного, двох, трьох та чотирьох електронів, що рухаються вздовж гвинтової лінії в середовищі при $V_{\perp med} > c/n$, визначається внеском функцій Бесселя.
5. Підтверджено, що синхротронно-черенковське випромінювання одного, двох, трьох і чотирьох електронів являє собою єдиний процес. Вплив ефекту Доплера на особливості спектрального розподілу потужності випромінювання електрона стає істотним поблизу черенковського бар'єру.

Константинович І.А. – кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Константинович А.В. – доктор фізико-математичних наук, доцент.

- [1] J. Larmor, *Philosophical Transactions of the Royal Society* 190, 205 (1897).
- [2] J. Larmor, *Philos. Mag.* 44, 503 (1897).
- [3] J. Larmor, *Aether and Matter* (Cambridge, University Press, 1900),
- [4] Дж. Джексон, *Классическая электродинамика* (Мир, Москва, 1965).
- [5] A.M. Liénard, *L'Eclairage électrique* 16, 5 (1898).
- [6] O. Heaviside, *Nature* 67, 6 (1902).
- [7] G.A. Schott, *Annalen der Physik* 24(14), 635 (1907).
- [8] G.A. Schott, *Philos. Mag.* 13, 189 (1907).
- [9] G.A. Schott, *Electromagnetic Radiation and the Mechanical Reactions arising from It* (Cambridge: University Press, 1912),
- [10] И.М. Тернов, *УФН* 165(4), 429 (1995). (doi.org/10.3367/UFNr.0165.199504c.0429).
- [11] А.А. Соколов, И.М. Тернов, *Релятивистский электрон* (Наука, Москва, 1974).
- [12] V.A. Bordovitsyn, I.M. Ternov, *Synchrotron Radiation Theory and Its Development in Memory of I.M. Ternov*, (Singapore: World Scientific, 1999).
- [13] H. Wiedemann, *Synchrotron radiation* (Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag, 2003).
- [14] A. Hofmann, *The Physics of Synchrotron Radiation* (Cambridge: University Press, 2007).
- [15] G.A. Schott, *Phil. Mag.* 15(7), 752 (1933).
- [16] D. Bohm, M. Weinstein, *Phys. Rev.*, 74, 1789 (1948).
- [17] G.H. Goedecke, *Phys. Rev. B*, 135 (1), 281 (1964).
- [18] P. Pearle, "Classical Electron Models", in *Electromagnetism: Paths to Research*, ed. D. Teplitz (Plenum Press, New York, 1982).
- [19] H.A. Haus, *American Journal of Physics* 54(12), 1126 (1986).
- [20] R.L. Mills, *The Grand Unified Theory of Classical Quantum Mechanics. V.1, V.2, V.3* (BlackLight Pover, 2010).
- [21] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich, *Romanian Reports in Physics* 58(2), 101 (2006).
- [22] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich, *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials* 8 (6), 2143 (2006).
- [23] Y. Pinhasi, A. Gover, *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A*. 358(1-3), 86 (1995). (doi.org/10.1016/0168-9002(94)01417-5).
- [24] J. Neumann, R. Fiorito, H. Freund et al, *Proceedings of the FEL Conference* (Trieste, Italy, 2004). P.86.
- [25] V.A. Bordovitsyn, V.G. Bulenok, T.O. Pozdeeva, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 227(1), 143 (2005). (doi.org/10.1016/j.nimb.2004.05.012).
- [26] O. Heaviside, *Phil. Mag.* 27(5-th series), 324 (1889).
- [27] Th. Des Condres, *Arch. Néer* 5, 652 (1900).
- [28] A. Sommerfeld, *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen* 99 (1904).
- [29] A. Sommerfeld, *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen*, 363 (1904).
- [30] A. Sommerfeld, *Nachr. Königl. Ges. Wiss. Göttingen*, 201 (1905)
- [31] A. Sommerfeld, *Kon. Ned. Akad. Wetten. Amsterdam* 7, 346 (1905).
- [32] И.Е. Тамм, И.М. Франк, *Доклады АН СССР* 14(3), 107 (1937)
- [33] Дж. Джелли, *Черенковское излучение* (Москва: ИЛ, 1960).
- [34] В.П. Зрелов, *Излучение Вавилова-Черенкова* (Атомиздат, Москва, 1968).
- [35] И.М. Франк, *Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории* (Наука, Москва, 1988).
- [36] G.N. Afanasiev, *Vavilov-Cherenkov and Synchrotron Radiation: Foundations and Applications* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London, 2004).
- [37] D.B. Ion, W. Stocker, *Phys. Rev. C*, 52(6), 3332 (1995). (doi.org/10.1103/PhysRevC.52.3332).
- [38] V.G. Kartavenko, G.N. Afanasiev, W. Greiner, *Physica B: Condensed Matter*. 271(1-4), 192 (1999).
- [39] T.E. Stevens, J.K. Wahlstrand, R. Kuhl, R. Cherenkov, *Science* 291(5504), 627 (2001).(DOI: 10.1126/science.291.5504.627).
- [40] M. Čiljak, J. Ruzicka, A.S. Vodopianov, et al., *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, 498(1-3), 126 (2003).(doi.org/10.1016/S0168-9002(02)01920-4).
- [41] A.S. Vodopianov, V.P. Zrelov, A.A. Tyapkin, *Particles and Nuclei, Letters* 2(99), 35 (2000).
- [42] A.S. Vodopianov, Y.I. Ivanshin, V.I. Lobanov et al., *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B*, 20 (1), 266 (2003).
- [43] D.B. Ion, E.K. Sarkisyan, *Rom. J. Phys.*, 49 (1-2), 25 (2004).
- [44] D.B. Ion, E.K. Sarkisyan, *Rom. J. Phys.*, 49(7-8), 671 (2004).
- [45] В.Н. Цытович, *Вестник Московского ун-та. Физика* (11), 27 (1951).
- [46] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich, *Astroparticles Physics* 30 (3), 142 (2008). (doi.org/10.1016/j.astropartphys.2008.07.006).
- [47] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich, *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear Physics Investigations*, (5), 67 (2011).
- [48] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich, *Rom. J. Phys.* 56(1-2), 4552 (2011).

- [49] A.V. Константинович, Спектри випромінювання релятивістських та нерелятивістських електронів та їх послідовності у вакуумі й прозорому середовищі, Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук, Чернівецький національний університет, 330 с. (2012).
- [50] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich, Rom. Rep. Phys. 66(2), 307 (2014).
- [51] A.V. Konstantinovich, S.V. Melnychuk, I.A. Konstantinovich, Journal of Optoelectronics and Advanced Materials 5(5), 1423 (2003).
- [52] A.V. Константинович, I.A. Константинович, Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка», 983(19), 38 (2011).
- [53] A.V. Konstantinovich, I.A. Konstantinovich, Rom. J. Phys. 57(9-10), 1356 (2012).
- [54] A.V. Константинович, С.В. Мельничук, I.M. Раренко, I.A. Константинович, В.П. Жаркой, Журнал фізичних досліджень 4(1), 48 (2000).
- [55] A.V. Константинович, I.A. Константинович, Фізика і хімія твердого тіла 8(2), 240 (2007).
- [56] P.A.M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A, 167(1), 148 (1938).
- [57] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений (Наука, Москва, 1971).
- [58] J. Schwinger, Tsai Wu-yang, T. Erber, Ann. of Phys. 96(2), 303 (1976); 281(1-2), 1019 (2000).
- [59] Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш, Специальные функции (Наука, Москва, 1964).

I.A. Konstantinovich^{1,2}, A.V. Konstantinovich¹

Radiation Spectrum of Sequence of Electrons Moving in Spiral in Medium

¹*Chernivtsi National University, Kotsybynsky Str., 2, Chernivtsi, 58012, Ukraine,*

e-mail: dj_kneo@ukr.net; aconst@ukr.net

²*Institute of Thermoelectricity NAS and MES of Ukraine, Nauky Str., 1, Chernivtsi, 58029, Ukraine*

Integral expressions for spectral-angular and spectral distributions of the radiation power for the sequence of electrons moving in magnetic fields in isotropic transparent medium are investigated using the improved Lorentz's self-interaction method. Special attention is given to the research of the fine structure of the spectral distribution of the synchrotron-Cherenkov radiation of one, two, three and four point electrons moving along the spiral in medium. Using the direct numerical method for calculation the function of spectral distributions of the radiation power are established and investigated the effects of coherent radiation of harmonics and oscillations in spectrum of the synchrotron-Cherenkov radiation of two, three and four point electrons.

Key words: synchrotron-Cherenkov radiation, sequence of electrons, fine structure of spectrum, effects of coherence, oscillations in radiation spectrum.